CONCOURS NATIONAL COMMUN

D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

SESSION : 2014

FILIERES : MP & PSI

EPREUVE DE SCIENCES INDUSTRIELLES POUR L'INGENIEUR

DUREE : 4 HEURES

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE

CALCULATRICES AUTORISEES

Le sujet s'étale sur 25 pages reparties comme suit :

- Une page de garde non numérotée.
- Le texte de l'épreuve : pages numérotées de **1 à 16**.
- **Trois** documents annexes : pages numérotées de **17à19** .
- **Cinq** documents réponses repérés **DR1, DR2, DR3, DR4** et **DR5** pages numérotées de **20à24**. (**A RENDRE AVEC LA COPIE**).

Le sujet se compose de plusieurs parties indépendantes pouvant être traitées indifféremment.

***Nota** : Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

ROBOT DE TRAITE AUTOMATIQUE ASTRONAUT A3

Aujourd'hui les défis que les producteurs laitiers doivent relever en termes de volume de production, de prix du lait, de respect des règlementations sur l'environnement, de mesures d'hygiène ou de «bonnes pratiques » envers les animaux ont induit des bouleversements dans la gestion des exploitations laitières.

Parallèlement à ces évolutions, les agriculteurs ont impulsé une dynamique nouvelle visant à améliorer leur condition de vie, à réduire la part des travaux pénibles et répétitifs et à ne plus être astreints aux traites quotidiennes.

Pour répondre à ces nouveaux besoins, des entreprises, dont l'entreprise Lely, ont développé des systèmes d'alimentation, de nettoyage, de pâturage automatiques et surtout de traite automatique, comme le robot de traite Astronaut A3, support de cette étude.

Une dizaine d'années après l'introduction du premier robot de traite, des études mettent en évidence une amélioration de la santé physique et psychique des producteurs laitiers, un gain de temps d'environ deux heures par jour pour un troupeau de 60 vaches laitières, temps mis à profit pour passer plus de temps en famille (84 %), pratiquer une activité de loisir (sport, culture, …) (62%), développer une autre activité professionnelle (56%).

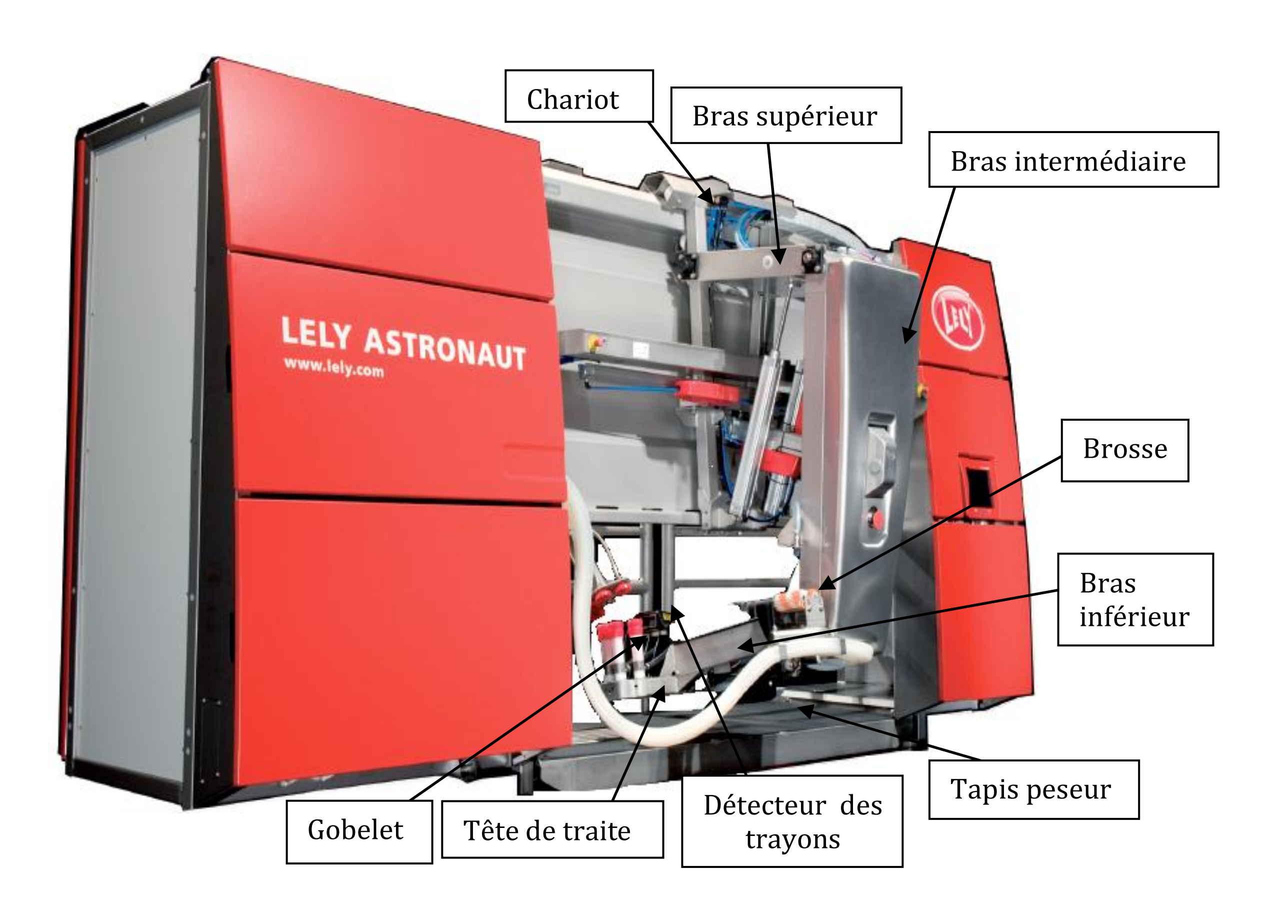


Figure 1 : Robot de traite Astronaut A3

1. Principe général de la traite automatique

Le principe de la traite automatique est de laisser à la vache la liberté de choisir le moment où elle souhaite être traite et donc de circuler librement dans l'exploitation.

Lorsqu'elle le décide, la vache se présente devant la porte d'entrée du box de traite amorçant ainsi le processus de traite. À l'issue de la traite, la vache sort du box et peut, selon son choix, aller se reposer, s'alimenter ou rejoindre le reste du troupeau.

L'apport d'un robot de traite vis-à-vis des contraintes des producteurs laitiers justifie le développement rapide actuel. Plusieurs acteurs industriels se partagent le marché des robots de traite dont l'entreprise Lely, qui est aujourd'hui le leader mondial avec son nouveau robot de traite Astronaut A3.

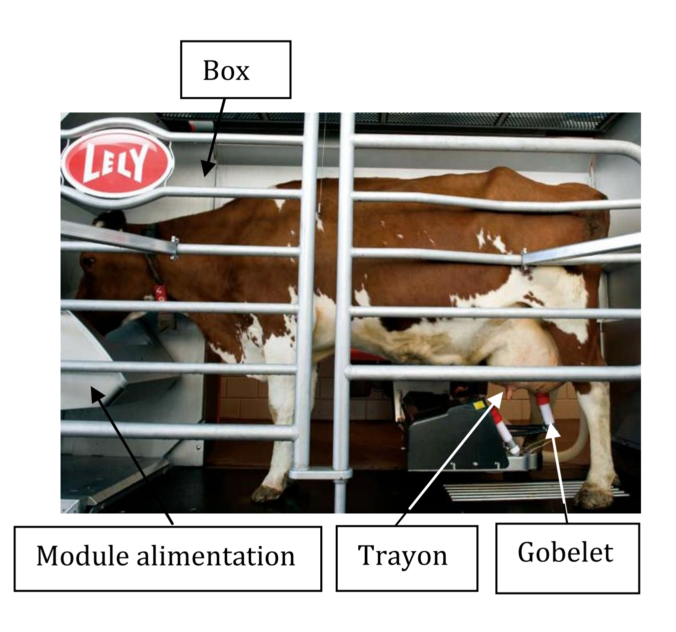


Figure 2 : Vache en situation de traite

2. Structure générale du robot de traite Astronaut A3

Le robot de traite Astronaut A3 est un système de traite automatique assurant, d'une part, la traite des vaches et, d'autre part, l'alimentation et le contrôle de la qualité du lait.

La figure 1 présente le robot de traite Astronaut A3, support de notre étude.

Le robot de traite Astronaut A3 est composé (**voir figures 1, 2 et annexe 1 : page17/24**) :

❖ d'un **box**, terme qui désigne la zone où est installée la vache lors d'une traite (**voir figure 2** qui est la partie arrière du robot présenté **figure 1**). Il s'agit d'un cadre en métal équipé de deux portes, une d'entrée et une de sortie assurant l'isolement de la vache, d'un plateau peseur, permettant de peser la vache, et d'un module d'alimentation.

❖ du **bras du robot** qui assure le positionnement correct des gobelets pour leur branchement sur les trayons de la vache. Il possède deux parties élémentaires :

- le **chariot** qui relie le bras au box et permet des mouvements horizontaux du bras. Ce chariot est monté sur des galets qui réalisent la liaison glissière horizontale, un vérin hydraulique commande le déplacement de ce chariot. Le système de contrôle du bras est installé sur le chariot ;
- le **bras** qui se compose de quatre éléments :
  - le bras supérieur en liaison pivot d'axe horizontal par rapport au chariot. Un vérin monté entre le chariot et le bras supérieur assure les déplacements du bras supérieur ;
  - le bras intermédiaire, lié au bras supérieur par une liaison pivot. Un vérin monté entre le bras intermédiaire et le chariot assure les déplacements du bras intermédiaire ;
  - le bras inférieur, en liaison complète avec le bras intermédiaire, qui porte le système de branchement aux trayons, le système pulsateur, le système de nettoyage des trayons (brosses) et la tête de traite ;

- la tête de traite, constituée des gobelets et du système de détection des trayons qui détecte les positons des trayons de la vache par balayage laser 3D à triangulation. Ce système de détection indique au système de branchement aux trayons la position correcte à atteindre par les gobelets.

❖ d'une **interface** entre l'utilisateur et le robot sous forme d'un écran tactile. Il affiche toutes les commandes et informations nécessaires au fonctionnement et à l'entretien du robot. Ces données sont stockées et traitées par un ordinateur de stockage.

Toutes les vaches portent des badges pour leurs identifications.

Pour vérifier la qualité du lait, celui-ci est pesé par une balance, sa couleur, sa conductivité et son débit sont mesurés par des capteurs MQC.

3. Etude fonctionnelle partielle externe et implantation du robot

L'environnement du robot de traite automatique Astronaut A3 est décrit par le diagramme des inter-acteurs suivant, proposé sous forme partielle (voir **figure 3**).

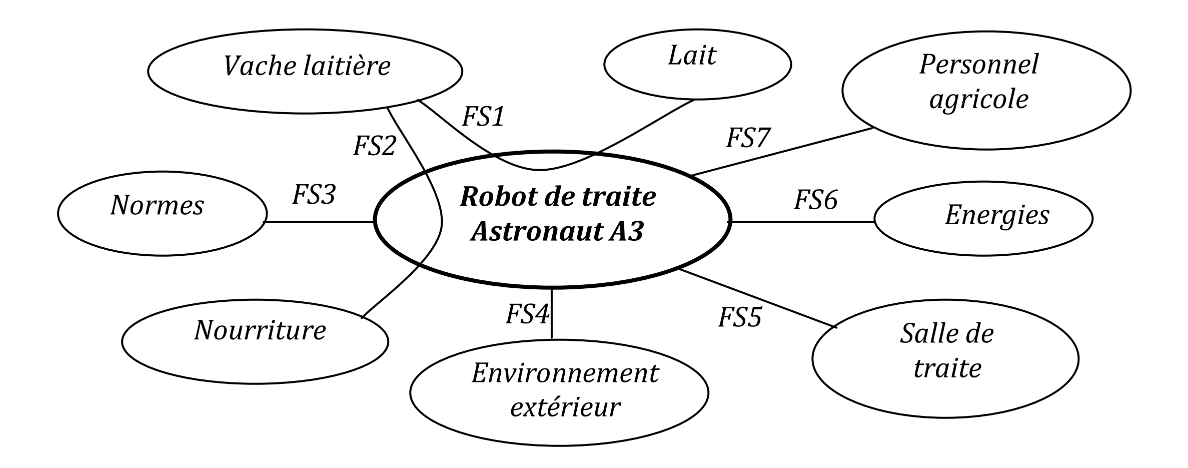


Figure 3 : Diagramme partiel des inter-acteurs du robot de traite Astronaut A3.

Les énoncés des fonctions de service identifiées sont les suivants :

FS1	Traire automatiquement une vache à sa demande
FS2	Distribuer automatiquement de la nourriture à la vache lors de la traite
FS3	Respecter les normes
FS4	Résister aux agressions de l'environnement extérieur (eau, boue, urine, …)
FS5	S'adapter à la salle de traite
FS6	Être alimenté en énergies
FS7	Permettre la communication avec le personnel agricole

Figure 4 : Description des fonctions de service.

Le diagramme FAST partiel (incomplet) décrivant les fonctions des différents composants du robot de traite étudié est donné sur la **figure R1** du **document-réponse DR1, voir page20/24**.

Question 1 : *Recopier et compléter sur votre copie l'actigramme A-0 incomplet du robot de traite Astronaut A3 donné sur la figure 5 suivante.*

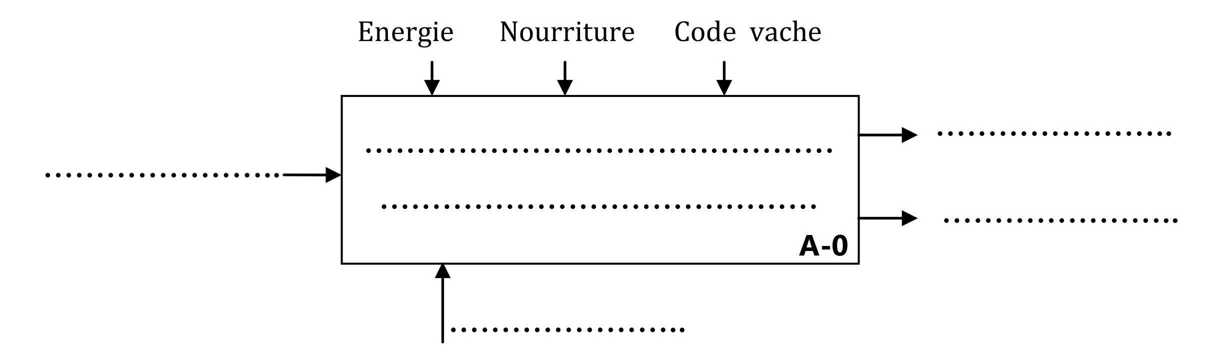


Figure 5 : SADT incomplet de niveau A-0 du robot de traie Astronaut A3.

Question 2 : *Compléter le diagramme FAST partiel du robot de traite Astronaut A3, donné sur la* ***figure R1*** *du* ***document réponse DR1. (Voir page 20/24)****.*

4. Etude de la fonction FT10 : « Gérer la traite »

Le robot de traite Astronaut A3 est conçu pour fonctionner 20 heures sur 24 heures.

Avec ce mode opératoire, les vaches sont traitées en moyenne 2,5 fois/jour et la durée moyenne d'une traite est de 6 min.

Le fonctionnement du robot de traite Astronaut A3 du point de vue des vaches peut être décrit, à ce stade, comme une succession de traites et de nettoyages pendant lesquels le box n'est pas accessible. Ces nettoyages permettent de garantir l'hygiène de l'espace de traite et donc une grande qualité du lait.

Deux types de nettoyage sont réalisés :

- les nettoyages simples à l'eau chaude qui sont exécutés toutes les 5 traites. Ils durent 4 minutes pendant lesquelles seules les parties en contact avec le lait sont lavées ;
- les nettoyages complets qui sont exécutés toutes les 20 traites. Ils permettent le nettoyage de l'ensemble du robot avec des agents nettoyants. Ces opérations durent 9 minutes.

Question 3 : *Déterminer le nombre de traites que peut effectuer le robot sur une plage d'utilisation de 20 heures. En déduire la taille maximale du troupeau (nombre maximum de vaches) lors de l'implantation d'un robot Astronaut A3.*

On désire analyser le comportement de commande séquentielle de la traite.

La vache se présente volontairement à l'entrée du box puis pénètre dans le box. Elle est placée sur un plateau peseur. Dès que le poids détecté dépasse les 250 kg, la porte du box est refermée. La vache est alors identifiée par son collier et les données la concernant sont téléchargées de la base de données. À partir de ces informations, la traite est autorisée ou non.

Si la traite est autorisée le cycle de traite se lance et se termine par la sortie de la vache du box et la fermeture de la porte de sortie.

Le comportement séquentiel de la traite est représenté par le **grafcet G1** donné sur la **figure A3** du **document annexe 3 : page 19/24.**

Question 4 :

On demande de compléter le nouveau grafcet G1 de gestion des tâches fourni sur la ***figure R2*** *du* ***document-réponse DR2(page 21/24)****, de sorte à prendre en considération que :*

- *des tâches peuvent s'effectuer simultanément. Plus particulièrement, après que le cycle de rinçage trayons soit terminé, on peut simultanément continuer le cycle par rinçage des canalisations, la transmission de données et le placement du bras en position attente,* ***tout en ouvrant*** *la porte de sortie pour libérer la vache puis la refermer et ouvrir celle de l'entrée.*
- *dans le cas où l'intervalle entre deux traites est insuffisant et que la traite est non autorisée : la porte de sortie s'ouvre, alors, libérant la vache. Dès sa sortie du box, la porte de sortie se ferme et celle d'entrée s'ouvre.*

5. Etude de la fonction FT122 « Peser la vache »

Lors de son entrée dans le box, une série de mesures préliminaires est initiée afin de calculer la nouvelle position du centre de gravité de la vache. Cette information est alors transmise au robot qui en déduit les positions des trayons à atteindre.

Lors de la traite, la vache dans le box est placée sur un plateau peseur. Ce plateau repose sur trois capteurs de charge, un à l'avant noté *K*, et deux à l'arrière notés *M* et *N*. Ces capteurs de charge sont modélisés par des appuis ponctuels parfaits (voir **figure 6**).

Le poids de la vache est noté $\vec{P} = -P.\vec{z}_0$, le poids du plateau peseur est négligeable.

On note *G*, le centre de gravité de la vache, tel que : $\overrightarrow{MG} = X_G.\vec{x} + Y_G.\vec{y} + h.\vec{z}$ (*h* étant une constante connue). Les distances *a*, *b* sont connues (*a* =2,5 *m* et *b* = 1 *m*).

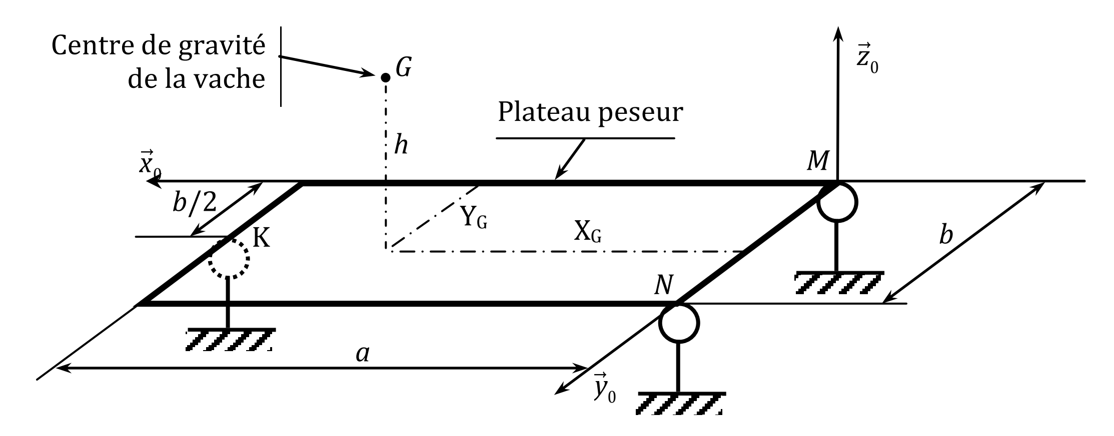


Figure 6 : Structure du plateau peseur

À l'occasion de l'entrée d'une vache, les capteurs de charge du plateau peseur renvoient les mesures : C_{pK} = 264 daN, C_{pM} = 108 daN et C_{pN} = 228 daN. On notera le torseur des actions mécaniques du bâti 0 sur le plateau en un point *P* et dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ comme suit :

$$T_P(0 \rightarrow plat.) = {}_P\begin{Bmatrix} X_P & L_P \\ Y_P & M_P \\ Z_P & N_P \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)}$$

Question 5 :

a) Ecrire les équations issues de l'application du principe fondamental de la statique à l'ensemble E=(plateau+vache) au point M.

b) Déduire le poids P de la vache et les coordonnées X_G et Y_G de son centre de gravité G, en fonction des données, faire ensuite l'application numérique.

6. Etude de la fonction FT131 : «Mettre en position les organes nécessaires à la traite»

6.1. Etude hyperstatique

La schématisation, et le paramétrage du bras de robot de traite Astronaut A3 sont donnés sur les **documents annexes 1 et 2 (pages17/24 et18/24).**

Dans cette question on suppose que toutes les liaisons sont parfaites. La liaison entre le chariot (1) et le bati (0) est **bloquée**, ainsi les solides (1) et (0) constituent une seule pièce notée (0).

Question 6 :
a) Dresser le graphe de liaisons du bras de robot.
b) Donner, en spécifiant les mouvements concernés, les mobilités utile et interne du système.
c) Calculer le degré d'hypersatisme h du système. Quelle est l'influence de cette valeur de h sur la réalisation du sysème ?
d) Dans le cas où en envisage de remplacer les liaisons en D, E , F et H par des rotule, que devient le degré d'hyperstatisme du mécanisme.

6.2. Etude cinématique

Dans cette partie on suppose que :

- La liaison entre le chariot (1) et le bati (0) est **bloquée**, ainsi les solides (1) et (0) constituent une seule pièce notée (0) (voir la **figure R3** du **document- réponse DR3 page 22/24**).
- Le vérin 6 est **bloqué**, ainsi les solides (60) et (61) constituent une seule pièce notée (6).
- Le système ainsi modélisé est étudié dans la position de la figure R3 du document -réponse DR3.

On rappelle que les solides 4 et 3 constituent aussi une seule pièce.

L'objectif de cette partie est de déterminer **graphiquement** la vitesse $\vec{V}(G_4 \in 4/0)$ du point G_4 de la tête de traite .

La vitesse de **sortie** du vérin 5 = {50+51} est de **100 mm/s** .

Les constructions graphiques doivent être réalisées sur la **figure R3** du **document-réponse DR3** et les justifications sur votre copie.

Question 7 :
a) Représenter, à l'échelle proposée, le vecteur vitesse $\vec{V}(D \in 51/50)$.
b) Par composition des vitesses en D, déterminer les vecteurs vitesses $\vec{V}(D \in 50/0)$ et $\vec{V}(D \in 2/0)$.
c) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(B \in 2/0)$.
d) Déterminer et tracer la direction du vecteur vitesse $\vec{V}(E \in 3/0)$.
e) Déterminer le centre instantanné de rotation I_{30} du mouvement de (3) par rapport à (0).
f) Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(G_4 \in 4/0)$, donner sa norme.

6.3. Etude du guidage en translation du chariot 1

Le guidage en translation du chariot (1) du bras de robot sur le bâti (0) est réalisé à l'aide de galets (voir photo **figure 1**). Pour éviter tout risque de coincement au niveau du guidage, on cherche à valider les dimensions de la structure du guidage.

Dans un souci de simplification et vu la nature du chargement, on modélise le comportement du chariot par le schéma de la **figure R4** du **document-réponse DR3 page 22/24**.

On suppose que :

- Le problème est plan.
- Le coefficient de frottement galets-bâti est : $f = \tan\varphi = 0{,}15$.
- Les poids du chariot (1) et des galets ne sont pas pris en compte.
- Le jeu est suffisant pour considérer que **seuls les galets 1 et 3** sont en contacts ponctuels, de normales respectives $(M,\vec{z}_0)$ et $(N,\vec{z}_0)$, avec le bâti (0).
- Le vérin V_1 exerce une force motrice $\vec{F}_1 = F_1.\vec{x}_0$ sur le chariot 1 au point *K*.

Le système isolé est l'ensemble E = {chariot 1+ les 4 galets}.

Les constructions graphiques doivent être réalisées sur la **figure R4** du **document-réponse DR3** et les justifications sur votre copie.

Question 8 : *a) En se plaçant à la limite de glissement et à la lumière des lois de Coulomb, tracer en justifiant, les supports des actions mécaniques du bâti (0) sur l'ensemble (E) en M et N.*

b) Déterminer graphiquement la position limite L_{lim} du point K qui assure l'équilibre strict (limite) de l'ensemble (E).

c) A l'aide d'une analyse géométrique, déterminer L_{lim} en fonction de f et des données.

d) Donner la condition sur la distance L pour éviter tout risque de coincement (arc-boutement) du chariot 1 par rapport au bâti (0). Justifier.

6.4. Dimensionnement des actionneurs

Le schéma cinématique du bras du robot de traite est représenté sur les **figures A1** et **A2** des **documents annexes 1** et **2(pages17/24 et18/24).**

Géométrie du bras intermédiaire 3 : Dans une première approche, on modélisera le bras intermédiaire 3 (photo **figure 7**) du mecanisme « bras de robot » par un assemblage de trois plaques rectangulaires homogènes d'épaisseurs négligeables comme l'indique la **figure 8** :

- Plaque 31 de masse m_{31} , de longueur *b*, de largeur *a* et de centre d'inertie G_{31}.
- Plaque 32 de masse m_{32} , de longueur *b,* de hauteur *h* et de centre d'inertie G_{32}.
- Plaque 33, identique à la plaque 32, de centre d'inertie G_{33}. $\boldsymbol{m_3 = m_{31} + 2.\,m_{32}}$

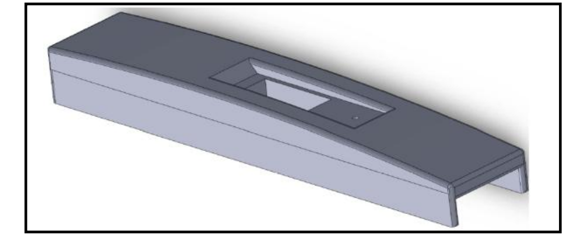


Figure 7 : Photo du bras intermédiaire 3

Le repère $R_3 = (B,\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$ est lié au bras 3.

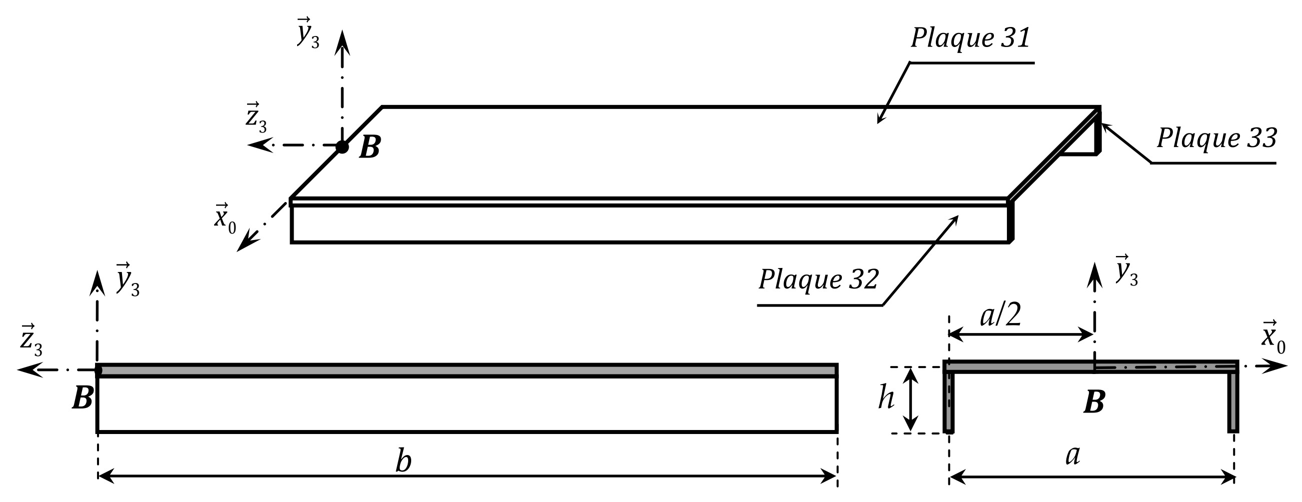


Figure 8 : Géométrie adoptée du bras intermédiaire 3

On notera la matrice d'inertie d'un solide *i* au point *M* dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$ comme suit :

$$\overline{\overline{I}}(M,i)=\begin{pmatrix} A_i & -F_i & -E_i \\ -F_i & B_i & -D_i \\ -E_i & -D_i & C_i \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)}$$

Le centre d'inertie G_3 du bras 3 est tel que : $\overrightarrow{BG_3}=X_{G3}.\vec{x}_0+Y_{G3}.\vec{y}_3+Z_{G3}.\vec{z}_3$.

Question 9 :

a) Déterminer les composantes du vecteur position $\overrightarrow{BG_3}$ du centre d'inertie G_3 du bras 3.

b) Donner, en justifiant, la forme simplifiée de la matrice d'inertie $\overline{\overline{I}}(B,3)$ dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$.

c) Exprimer en fonction des données, et dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$, la matrice d'inertie $\overline{\overline{I}}(G_{31},31)$. En déduire la matrice d'inertie $\overline{\overline{I}}(B,31)$ dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$.

d) Exprimer en fonction des données, et dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$, les matrices d'inertie $\overline{\overline{I}}(G_{32},32)$ et $\overline{\overline{I}}(G_{33},33)$. En déduire les matrices d'inertie $\overline{\overline{I}}(B,32)$ et $\overline{\overline{I}}(B,33)$.

e) Déduire l'expression de la matrice d'inertie $\overline{\overline{I}}(B,3)$ dans la base $(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$.

Le bras de robot est constitué des éléments suivants (voir **documents annexes1et2, figures A1** et **A2**).

- Bâti (0) : repère lié $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ supposé galiléen. $\vec{z}_0$ est vertical ascendant et $\vec{g}=-g.\vec{z}_0$ est l'accélération de la pesanteur.

- Chariot (1) : de masse m_1, de repère lié $R_1(A,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$, en liaison glissière de direction $\vec{x}_0$ avec le bâti (0) tel que : $\overrightarrow{OA}=x.\vec{x}_0+d.\vec{y}_0$. Cette liaison est avec frottement visqueux de coefficient f_{01}. Un vérin (V_1) de masse négligeable, intercalé entre (0) et (1) exerce sur (1) une action mécanique modélisée par un glisseur au point A de résultante : $\vec{F}_1=F_1.\vec{x}_0$. On suppose que l'action mécanique exercée par la vache sur le chariot (1) est aussi un glisseur au point A de résultante : $\vec{F}_{vache}=-F_p.\vec{x}_0$.

- Bras supérieur (2) : de masse m_2, de centre d'inertie G_2, de repère lié $R_2(A,\vec{x}_0,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$, en liaison pivot d'axe $(A,\vec{x}_0)$ avec le chariot (1) tel que : $\theta_2=(\vec{y}_1,\vec{y}_2)=(\vec{z}_1,\vec{z}_2)$. Cette liaison est avec frottement visqueux de coefficient f_{12}. Un vérin (V_5), de masse négligeable, intercalé entre (1) et (2) exerce sur (2) un glisseur au point *D* de résultante : $\vec{F}_5=F_5.\vec{y}_5$, tel que $\overrightarrow{AD}=a_2.\vec{y}_2$.

  On donne : $\overrightarrow{AG_2}=\frac{L_2}{2}.\vec{y}_2$. La matrice d'inertie du bras (2) est notée : $\overline{\overline{I}}(G_2,2)=\begin{pmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_2,\vec{z}_2)}$.

- Bras intermédiaire (3) de masse m_3, de centre d'inertie G_3, de repère lié $R_3(B,\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$, en liaison pivot d'axe $(B,\vec{x}_0)$ avec le bras supérieur (2) tel que $\theta_3=(\vec{y}_2,\vec{y}_3)=(\vec{z}_2,\vec{z}_3)$. Cette liaison est avec frottement visqueux de coefficient f_{23}. Un vérin (V_6), de masse négligeable, intercalé entre (1) et (3) exerce sur (3) un glisseur au point *E* de résultante : $\vec{F}_6=F_6.\vec{y}_6$, tel que $\overrightarrow{BE}=-a_3.\vec{z}_3$ et $\overrightarrow{AB}=L_2\vec{y}_2$.

  - *<u>Dans la suite et indépendamment des résultats de la question 9, on prendra :</u>*

  - $\overrightarrow{BG_3}=-\frac{L_3}{2}.\vec{z}_3$ et $\overline{\overline{I}}(B,3)=\begin{pmatrix} A_3 & 0 & 0 \\ 0 & B_3 & -D_3 \\ 0 & -D_3 & C_3 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)}$.

- Tête de traite (4) de masse m_4 et de centre d'inertie G_4. La tête (4) est encastrée sur le bras intermédiaire (3). On donne $\overrightarrow{BC}=-L_3.\vec{z}_3$ et $\overrightarrow{CG_4}=-L_4.\vec{y}_3$. La matrice d'inertie de (4) est notée :

$$\overline{\overline{I}}(G_4,4)=\begin{pmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{pmatrix}_{(\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)}.$$

Question 10 : *a) Déterminer le torseur cinétique, au point B, du bras (3) dans son mouvement / à R_0.*

b) Déterminer la projection sur $\vec{x}_0$ des éléments de réduction du torseur cinétique, au point B, de la tête (4) dans son mouvement / à R_0.

On donne le **schéma d'analyse** du système sur la **figure 9** suivante :

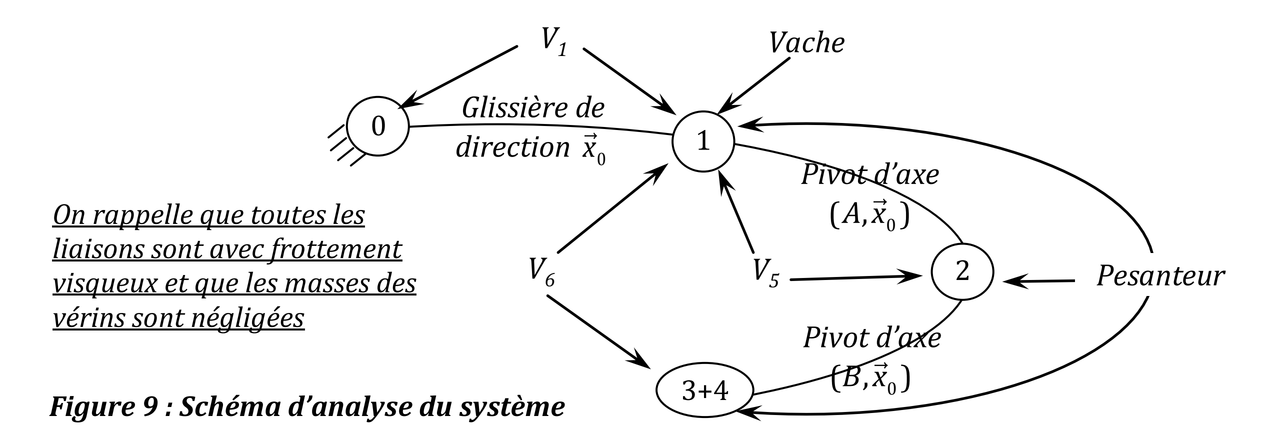


Figure 9 : Schéma d'analyse du système

Les lois de mouvement étant connues on désire dimensionner les vérins V_1, V_5 et V_6 permettant de réaliser ces lois de mouvement.

Question 11 : *Sans développer les termes dynamiques, écrire les équations permettant de déterminer les actions mécaniques des vérins : F_1, F_5 et F_6. Indiquer, clairement, le(s) système(s) à isoler, le(s) théorème(s) à utiliser.*

Question 12 : *En calculant les termes dynamiques nécessaires, déterminer complétement F_1 et F_6 en fonction des données.*

7. Etude de la fonction FT135 : « Réguler et asservir la position des organes de traite »

La suite de l'étude s'intéresse à la synthèse de la loi de commande en asservissement et en régulation du chariot. Cette étude se justifie par la nécessité, d'une part d'asservir la position de la tête de traite lors des déplacements de la vache dans le box, et d'autre part, de rendre le fonctionnement du bras du robot de traite insensible aux perturbations extérieures.

Lors d'une traite la vache dispose, du fait de la structure du box, d'une certaine liberté de mouvement selon la direction $\vec{x}_0$, ce qui induit qu'à chaque instant la position des trayons de la vache varie d'où la nécessité d'adapter la position de la tête de traite. De plus le positionnement de la tête de traite sous la vache l'expose occasionnellement à des coups de patte générant des modifications de la position de la tête de traite.

Le cahier des charges partiel décrivant les performances associées au chariot 1 est le suivant :

Fonction	Critères	Niveaux et éventuelles flexibilités
FT 135	Axe N° 1 (translation du chariot 1 par rapport au bâti)	
	Stabilité de l'axe	Marge de phase : MP $\geq 45°$.
	Amortissement de l'axe	Aucun dépassement transitoire permis.
	Précision de positionnement de l'axe	- Insensibilité à une perturbation impulsion. - Ecart statique (écart en régime permanent suite à un échelon de position) nul.
	Rapidité de l'axe	Pulsation de coupure à 0dB (ou de gain unité): ω_{c0} = 10 rad.s^{-1}

Le système d'équations différentielles décrivant le comportement dynamique du robot de traite Astronaut A3 fait apparaître les efforts développés par les vérins 1, 5 et 6.

Les différents vérins implantés sur le robot de traite Astronaut A3 sont dotés d'un système électro-hydraulique dédié à la commande des vérins.

Chacune des différentes chaînes électro-hydrauliques destinées à mouvoir le robot de traite Astronaut A3 est constituée (voir **figure 10**) :

- d'une alimentation hydraulique qui délivre la pression Ps ;
- d'un servo-distributeur ;
- d'un vérin hydraulique linéaire ;
- de capteurs ;
- d'un bloc régulateur.

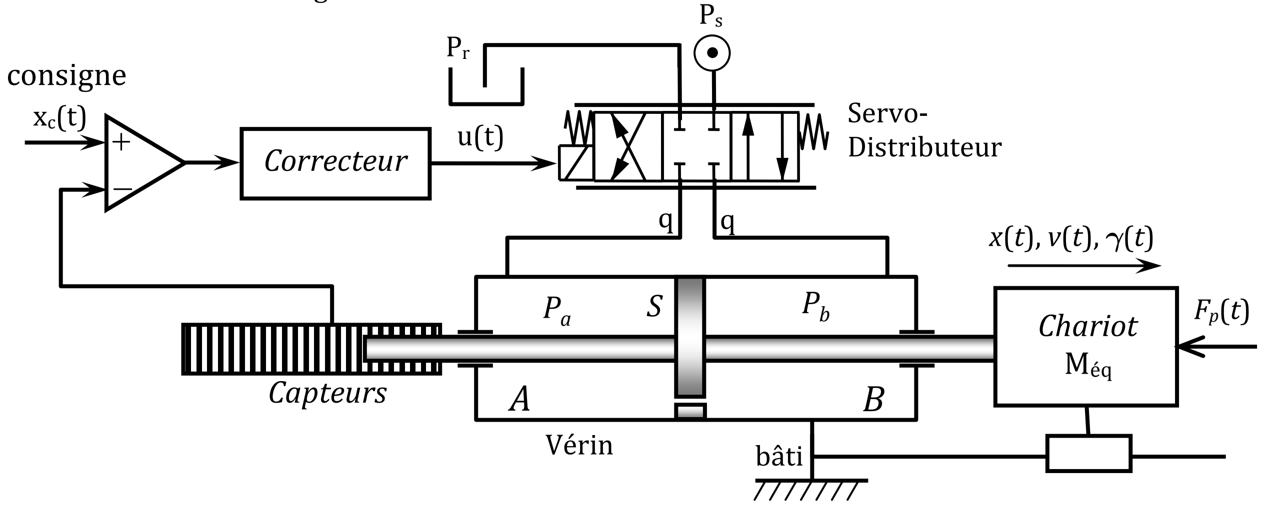


Figure 10 : Description de la structure de la chaîne électro-hydraulique

Le tableau suivant décrit les différentes grandeurs introduites dans la structure de commande :

$x_c(t)$	Consigne de position
$x(t)$, $v(t)$, $\gamma(t)$	Position, vitesse et accélération du chariot
$u(t)$	Tension de commande du servo-distributeur
$q(t)$	Débit circulant dans le circuit hydraulique
$P_a(t)$, $P_b(t)$	Pressions dans les chambres A et B du vérin
S	Section utile du piston
$M_{éq}$	Masse équivalente de l'ensemble embarquée par le chariot
P_s, P_r	Pressions de service et de refoulement
$F_p(t)$	Effort appliqué par la vache.

7.1. Modélisation du système électro-hydraulique

Dans l'optique de synthétiser les lois de commande destinées à la commande du robot de traite Astronaut A3, il est nécessaire de construire un modèle linéaire décrivant le comportement du système électro-hydraulique.

L'étude est menée pour le chariot 1 (Axe 1). Les études des deux autres axes sont similaires.

Hypothèses :

- L'huile est compressible de module de compressibilité β ;
- Le vérin et le servo–distributeur sont supposés symétriques ;
- La transmittance du servo–distributeur est supposée réduite à un gain K_D :

$$q(t) = K_D.u(t) \qquad (1) ;$$

- Les deux chambres du vérin sont reliées par une canalisation de petite section laissant s'échapper une part de débit égale à $q_{fuite}(t) = \lambda(P_a(t) - P_b(t))$ (2), λ étant un paramètre constant.

En écrivant que les variations des volumes dans les chambres A et B sont dues, au débit du fluide, à la compressibilité de ce dernier et à la fuite entre les deux chambres, l'expression du débit $q(t)$ s'écrit :

$$q(t) = S.v(t) + \frac{\sigma}{2\beta} \cdot \frac{d\Delta P(t)}{dt} + \lambda \Delta P(t) \text{ avec : } \Delta P(t) = P_a - P_b \qquad (3)$$

σ : constante caractéristique du volume du fluide.

L'équation mécanique linéarisée relative à l'axe 1 est telle que :

$$M_{éq} \frac{dv(t)}{dt} = S.\Delta P(t) - f.v(t) - F_p(t) \qquad (4)$$

f : coefficient de frottement visqueux équivalent.

***Question 13 :** En supposant les conditions initiales nulles, écrire les équations (1), (2), (3) et (4) dans le domaine de Laplace, puis recopier et compléter le schéma-blocs de la **figure 11**.*

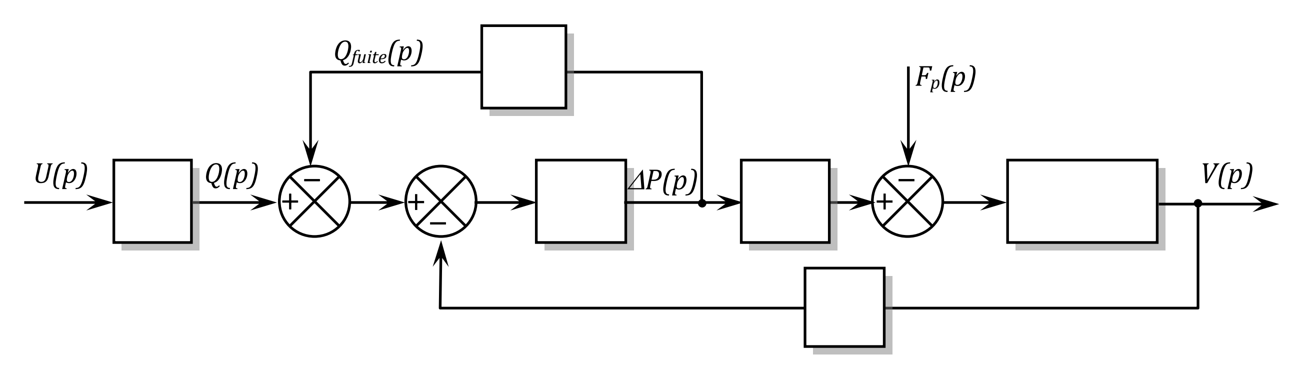


Figure 11 : Schéma-blocs de l'ensemble « vérin + charge »

Question 14 : *a) Ecrire la fonction de transfert $\frac{V(p)}{U(p)}$ pour $F_p(p) = 0$ sous la forme $\frac{K_u}{1 + Ap + Bp^2}$ où les termes A, B et K_u seront explicités.*

b) Écrire la fonction de transfert $\frac{V(p)}{F_p(p)}$ pour $U(p) = 0$ sous la forme $\frac{K_f(1 + \tau p)}{1 + Ap + Bp^2}$ où les termes τ et K_f seront explicités.

*c) Montrer que le modèle complet associé à l'axe $\vec{x}_0$ peut se mettre sous la forme du schéma-blocs donné **figure 12** où les transmittances F(p), G(p) et H(p) seront explicités.*

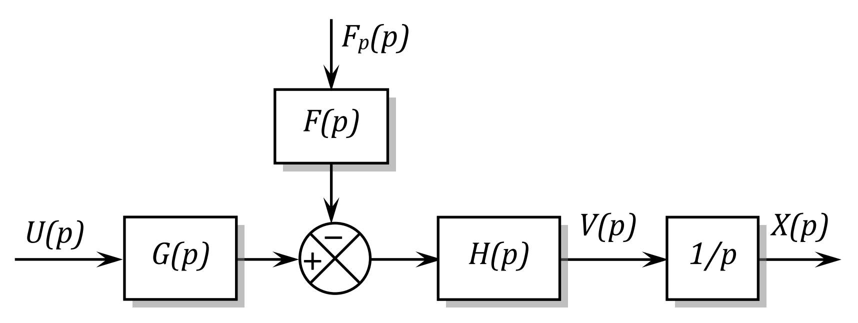


Figure 12 : Schéma-blocs associé au modèle de comportement dynamique du chariot 1

7.2. Vérification de l'aptitude de la commande en chaîne directe à satisfaire les spécifications du Cahier de charges

Dans cette partie on cherche à vérifier la possibilité de synthétiser les paramètres de la commande en chaîne directe en vue de la satisfaction des critères de performances spécifiés par le cahier de charges.

Question 15 : *a) Mettre la fonction de transfert* $\frac{V(p)}{U(p)}$ *sous forme :* $\frac{V(p)}{U(p)}=\frac{K_u}{1+\frac{2\xi}{\omega_n}p+\frac{p^2}{\omega_n{}^2}}$,

Donner les expressions de ξ *et* ω_n *en fonction de A et B.*

b) Donner la valeur de ξ *pour que la réponse en vitesse à un échelon de tension* U_0 *soit la plus rapide possible sans qu'il y ait dépassement*

*c) En faisant usage de l'abaque de la **figure 13**, déterminer la valeur de* ω_n *donnant un temps de réponse à 5% égal à 0,5 s.*

d) Déterminer la valeur du gain K_u *assurant une vitesse en régime permanent de 50 m/s pour un échelon de tension* $U_0 = 10$ *V en l'absence de la perturbation.*

e) En l'absence de la tension U(p), déterminer la position en régime permanent $x(\infty)$ *du chariot 1 suite à une perturbation impulsion de Dirac :* $F_p(t)=a.\delta(t)$ *en fonction de* K_f.

f) Conclure quant la capacité de la commande en chaîne directe à satisfaire l'exigence du cahier de charges en termes de sensibilité à la perturbation.

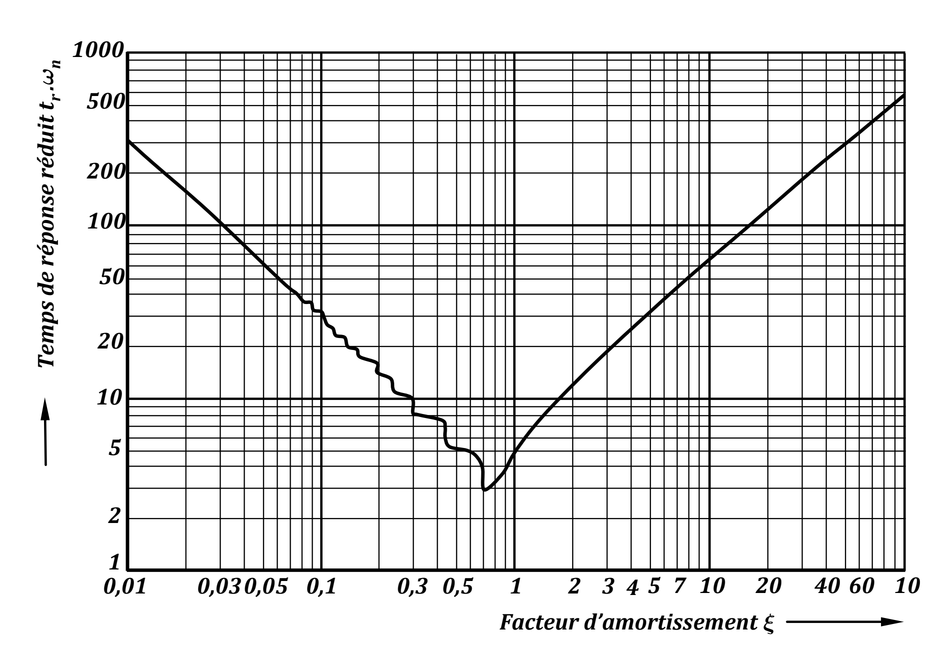


Figure 13 : Abaque du temps de réponse à 5% du système de second ordre canonique

7.3. Synthèse de la loi de commande dédiée à l'asservissement et à la régulation de la position du chariot 1

L'architecture de commande retenue pour la synthèse de la loi de commande appliquée au chariot 1 est décrite **figure 14**.

La position $x(t)$ est mesurée par un capteur de position supposé de gain unité.

On introduit un étage correcteur de transmittance $C(p)$ dans la boucle juste après le comparateur.

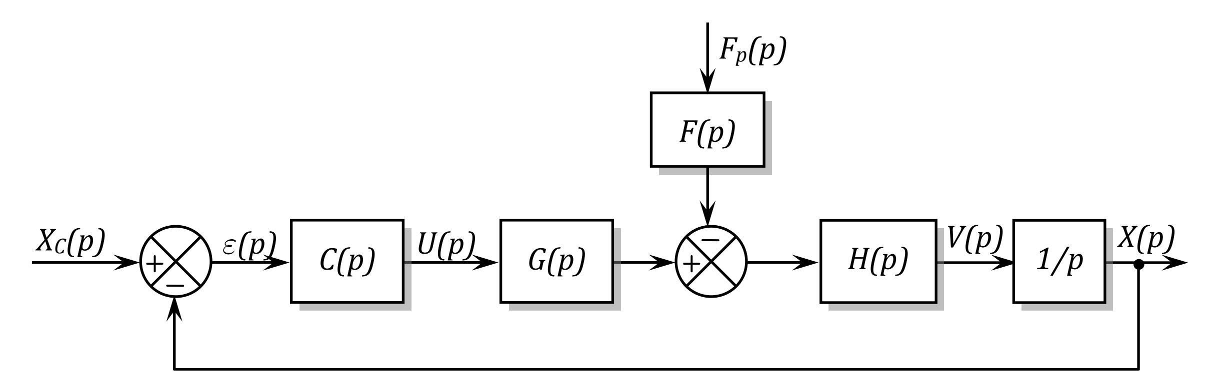


Figure 14 : Architecture de commande retenue

Indépendamment des résultats des questions précédentes, on prendra dans la suite :

$$G(p)=5,\quad H(p)=\frac{1}{(1+0{,}1.p)^2}\quad \text{et}\quad F(p)=2(1+0{,}2p).$$

7.3.1. Système asservi non corrigé

La première étude proposée s'intéresse à l'étude de la commande en boucle fermée non corrigé : $C(p)$=1.

Question 16 : *a) Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p)$ en supposant $F_p\ p\ =0$.*

b) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $H_{BF}(p)=X(p)/X_C(p)$.

c) En supposant $X_C\ p\ =0$, déterminer la fonction de sensibilité vis-à-vis de la perturbation définie par : $H_{préc}(p)=\varepsilon(p)/F_p(p)$.

Question 17 : *a) Donner l'écart en régime permanent dû à une entrée échelon de position : $x_c(t)=0{,}01.u(t)$ avec $u(t)$ la fonction d'Heaviside (ou échelon unitaire).*

b) Déterminer l'écart en régime permanent dû à une perturbation de type impulsion de Dirac : $F_p(t)=a.\delta(t)$.

c) Conclure quant à la capacité de la commande bouclée non corrigée à respecter les spécifications du cahier de charges en termes de précision.

On donne sur :

- la **figure R5** du **document-réponse DR4 page23/24**, le lieu en fréquence de Bode de $H_{BO}(p)$.
- la **figure 15** (page suivante), la position $x(t)$ du chariot 1 pour l'échelon : $x_c(t)=0{,}01.u(t)$.

Question 18 : *a) Sur la **figure R5** du **document-réponse DR4** , placer et relever :*

- *la pulsation ω_{c0} de coupure à 0dB.*
- *les marges de gain et de phase.*

b) La commande bouclée non corrigée permet-elle de respecter les critères du cahier de charges relatifs à la rapidité, à la stabilité et l'amortissement de l'axe ?

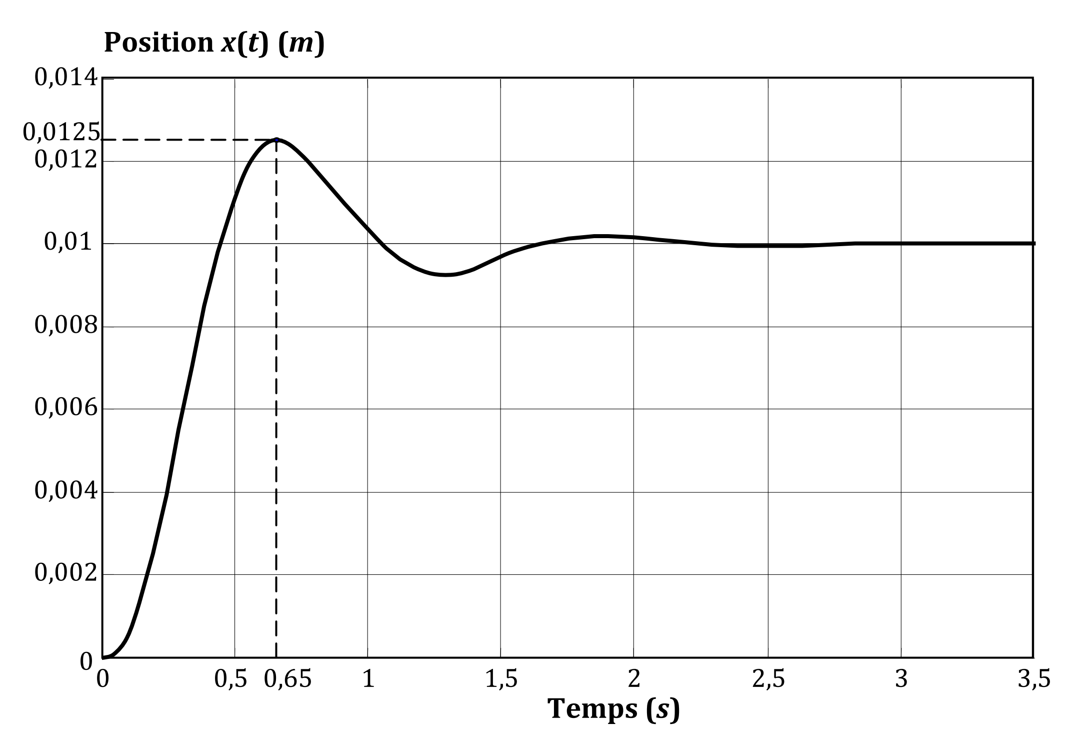


Figure 15 : Position du chariot 1 pour un échelon de position de 0 ,01 m avec C(p)=1.

7.3.2. Correction à action proportionnelle

On s'intéresse, maintenant, à la synthèse d'un correcteur à action proportionnelle défini par : $C(p) = K_c$.

Question 19 : *a) A partir de la* ***figure R5*** *du* ***document-réponse DR4****, déterminer la valeur* K_{c1} *de* K_c *permettant de respecter la spécification de rapidité exigé par le CdCF.*

b) Tracer sur la ***figure R5*** *du* ***document-réponse DR4*** *les diagrammes de gain et de phase du système corrigé par* K_{c1}.

c) Relever les nouvelles valeurs des marges de gain et de phase.

d) Au vu des résultats précédents, est-il possible de valider le choix d'un correcteur à action proportionnel ? Commenter.

Question 20 : *A partir de la* ***figure 15****, justifier pourquoi est-il possible d'approcher le système asservi par un système de deuxième ordre et déterminer ses paramètres caractéristiques :* K_{BF}, ω_{nBF} *et* ξ_{BF}.

7.3.3 Correction à actions proportionnelle et dérivée

La seconde étude proposée s'intéresse à la correction à actions proportionnelle-dérivée défini par :

$$C(p) = C_2(p) = 1{,}65 \cdot \frac{1 + 0{,}24.p}{1 + 0{,}04.p}$$

Question 21 : *Sur la* ***figure R6*** *du* ***document-réponse DR4****, tracer les diagrammes asymptotiques et l'allure des diagrammes réels de Bode du correcteur* $C_2(p)$.

Question 22 : *Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte corrigé* $H_{BO2}(p)$*, donner son ordre, sa classe et son gain statique.*

On donne, sur la **figure R7** *du* ***document-réponse DR5 page24/24***, l'évolution de la position $x(t)$ du chariot 1 avec le correcteur $C_2(p)$ pour un échelon de position $x_c(t)=0{,}01.u(t)$ et sur la **figure R8,** le lieu en fréquence de Black, gradué en ω, de $H_{BO2}(p)$.

Question 23 : *a) Représenter puis relever les écarts en régime permanent respectivement à une perturbation impulsion $F_p(t)=a.\delta(t)$ et à un échelon de position $x_c(t)=0{,}01.u(t)$.*

*b) Représenter puis relever sur le diagramme de Black de la **figure R8** du **document-réponse DR5**, la pulsation ω_{c0} de coupure à 0dB , les marges de phase et de gain.*

c) Au vu des résultats précédents et des spécifications du cahier des charges, est-il possible de valider le correcteur à action proportionnelle-dérivée $C_2(p)$? Commenter.

Pour obtenir une arrivée en position sans dépassement de la tête de traite, il est nécessaire d'introduire un retour en vitesse et un retour en accélération. La **figure 16** décrit la structure de commande avec trois boucles de retour.

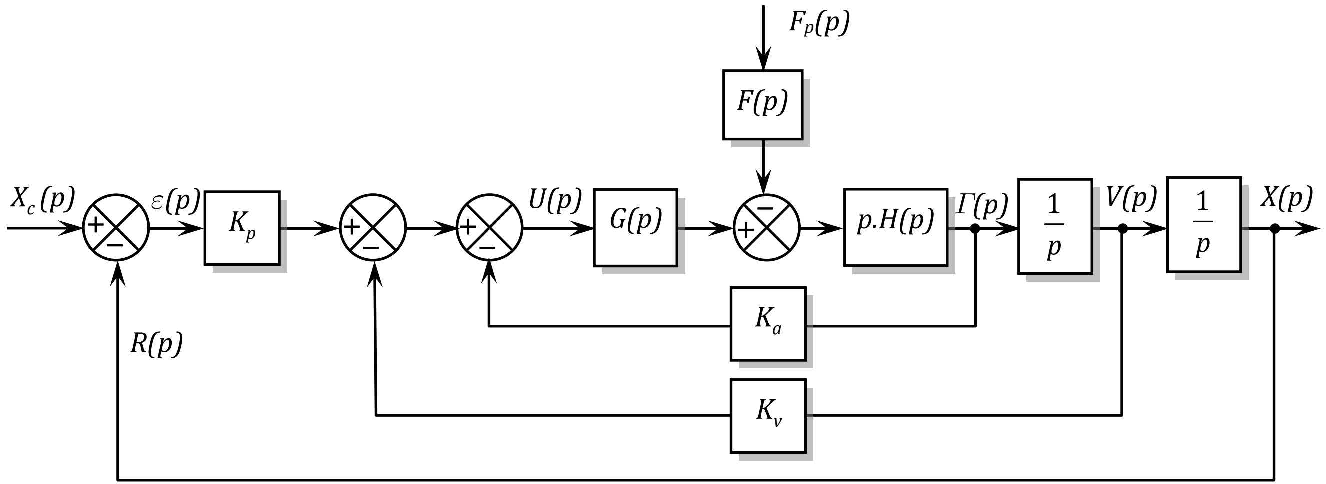


Figure 16 : Schéma bloc associé à la commande avec trois boucles de retour

Ces deux boucles supplémentaires permettent d'inverser la tension de commande suffisamment tôt assurant une arrivée dans la position désirée sans dépassement.

À l'aide de cette architecture de commande présentée ci-dessus où les gains K_a, K_v et K_p valent respectivement 2 $V/(m/s^2)$, 88 $V/(m/s)$ et 900 V/m, le comportement en position du chariot 1 est décrit par la **figure 17** pour un échelon de position de 0,01 *m*. Le lieu de réponse en fréquence de Bode de la nouvelle boucle ouverte est donné sur la **figure 18**.

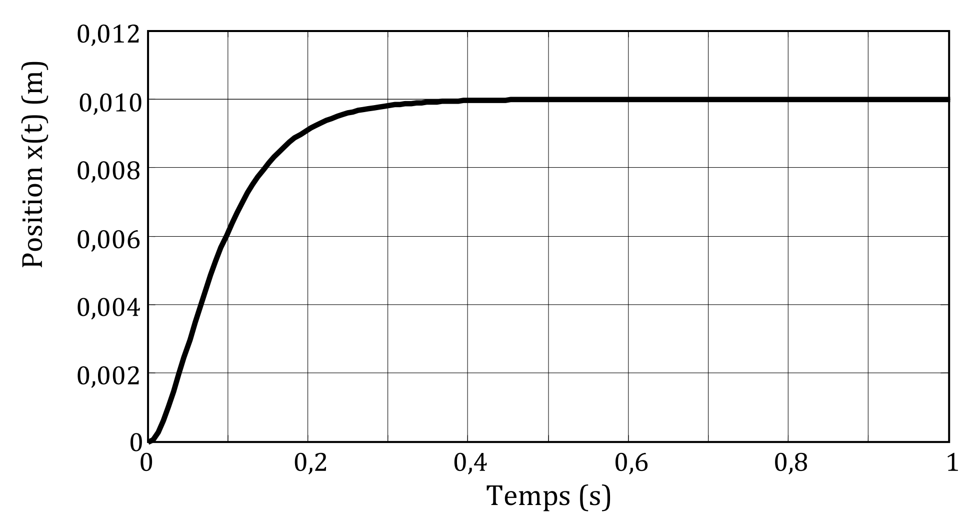


Figure 17 : La position du chariot 1 pour un échelon de position de 0,01 m avec les trois boucles.

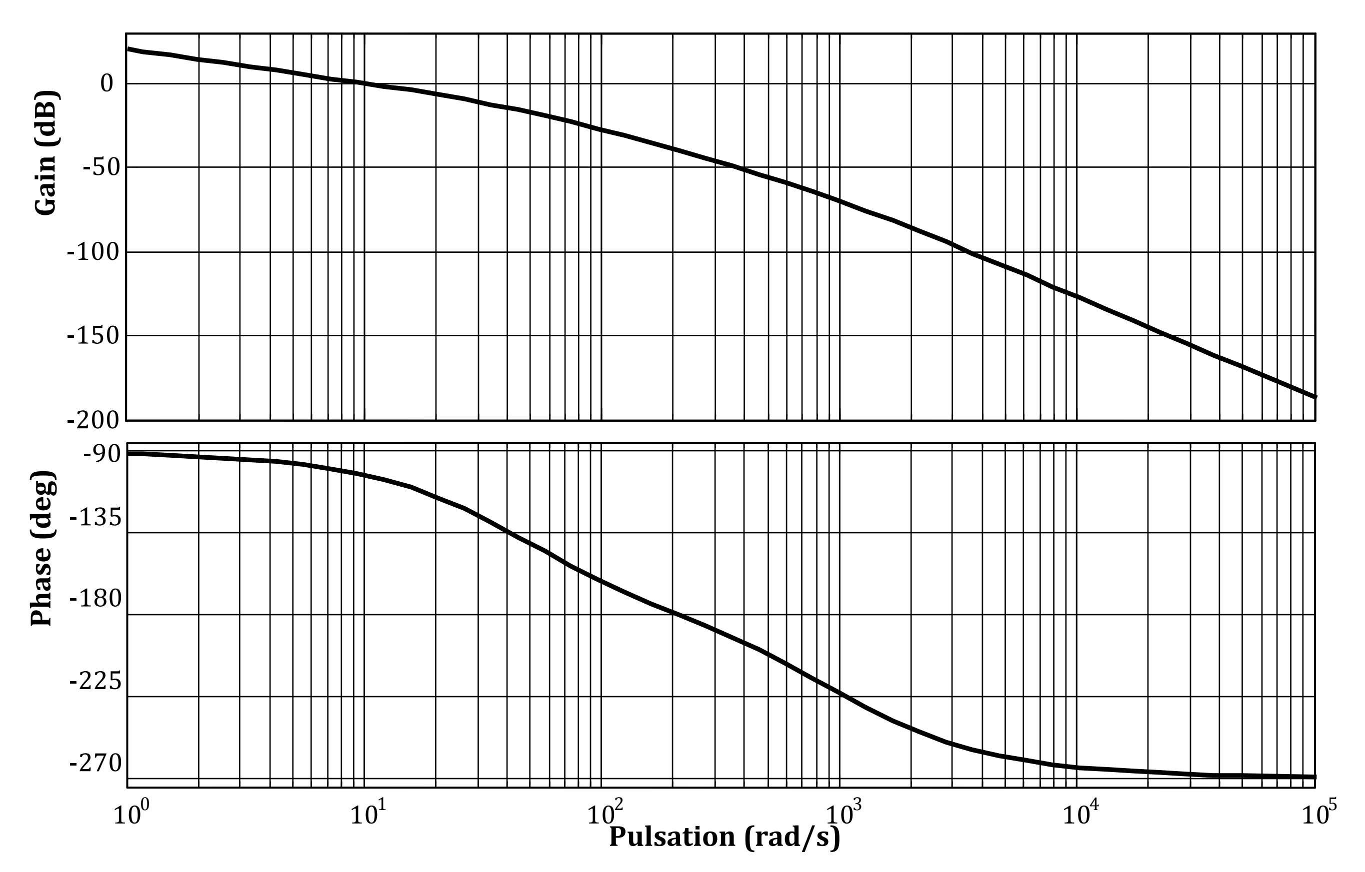


Figure 18 : Diagrammes de Bode de la boucle ouverte avec les deux boucles supplémentaires.

Question 24 : *a) Relever sur le diagramme de Bode de la **figure 18**, la pulsation ω_{c0} de coupure à 0dB ainsi que les marges de gain et de phase.*

b) Cette commande permet- elle de respecter les critères de performances définis par le cahier des charges ? Commenter.

Fin de l'énoncé….

DOCUMENT-ANNEXE 1

La figure suivante représente le schéma cinématique spatial du bras de robot de traite Astronaut A3.
Le bras (3) et la tête de traite (4) constituent un même solide.

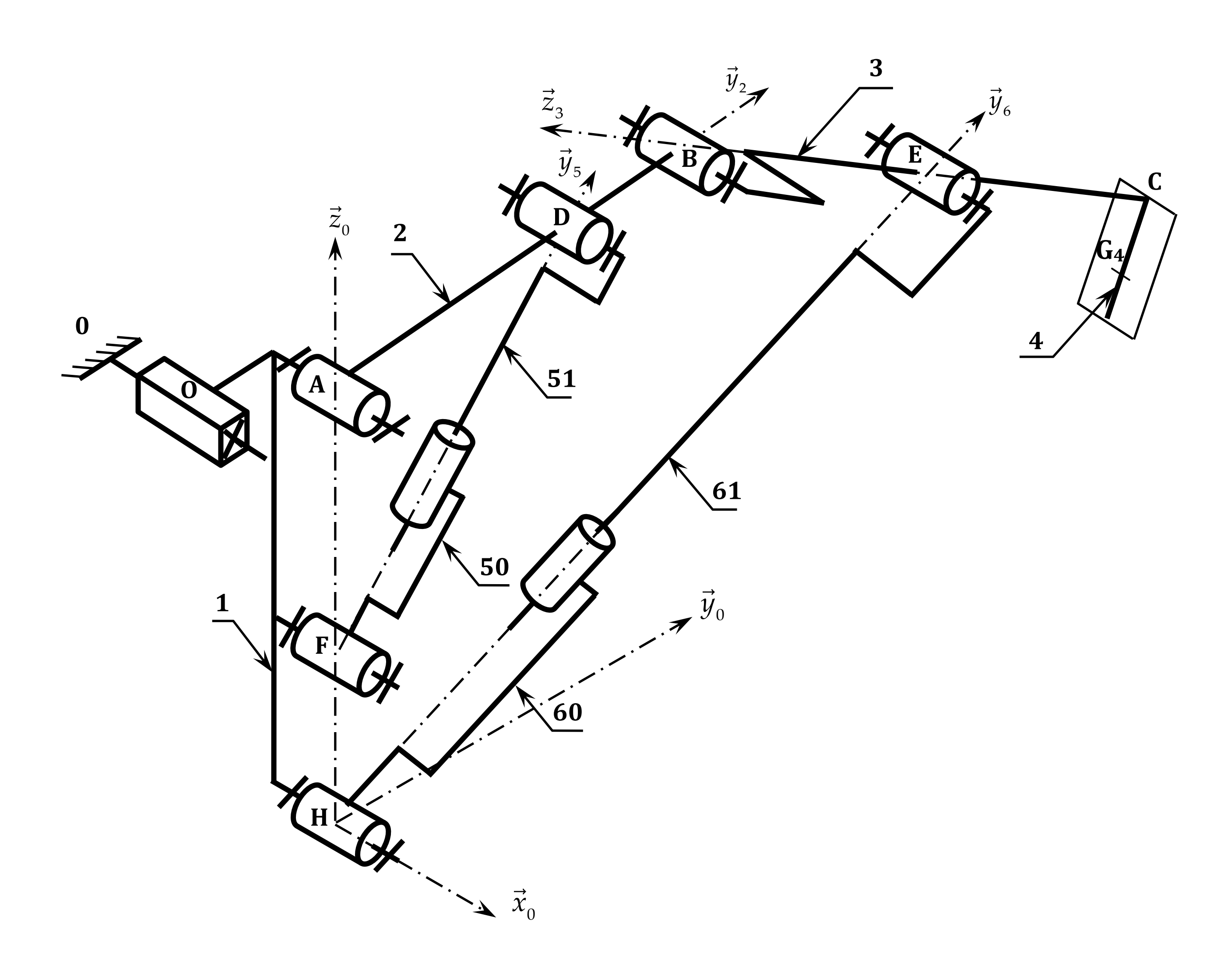


Figure A1 : Schéma cinématique spatial du bras de robot

DOCUMENT-ANNEXE 2

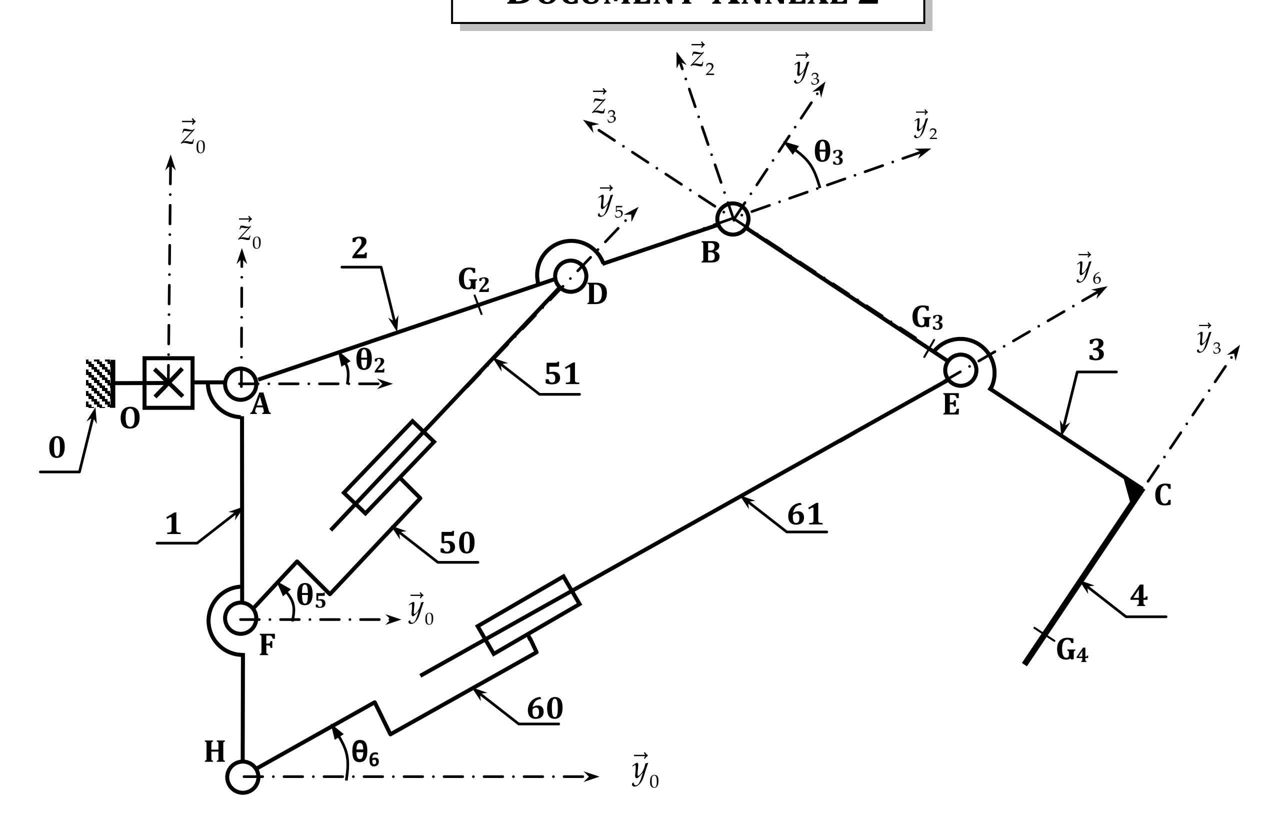
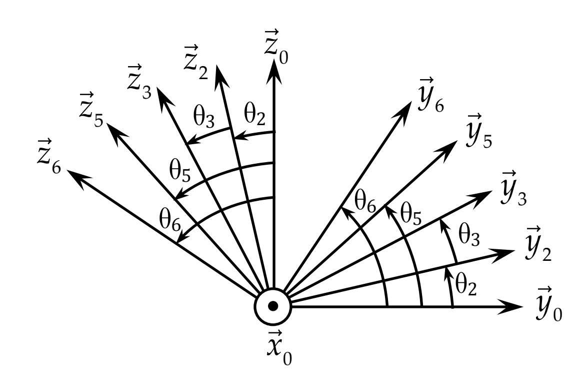


Figure A2 : Schéma cinématique plan du bras de robot

- $\mathcal{R}_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ repère lié au bâti du robot de traite et supposé galiléen.
- $\mathcal{R}_1(A,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ repère lié au chariot 1 tel que : $\overrightarrow{OA}=x.\vec{x}_0+d.\vec{y}_0$ (d : constante).
- $\mathcal{R}_2(A,\vec{x}_0,\vec{y}_2,\vec{z}_2)$ repère lié au bras supérieur 2 tel que : $\theta_2=(\vec{y}_0,\vec{y}_2)=(\vec{z}_0,\vec{z}_2)$
- $\mathcal{R}_3(E,\vec{x}_0,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$ repère lié au bras intermédiaire 3 tel que : $\theta_3=(\vec{y}_2,\vec{y}_3)=(\vec{z}_2,\vec{z}_3)$
- $\mathcal{R}_5(F,\vec{x}_0,\vec{y}_5,\vec{z}_5)$ repère lié aux vérins 5 tel que : $\theta_5=(\vec{y}_1,\vec{y}_5)=(\vec{z}_1,\vec{z}_5)$;
- $\mathcal{R}_6(H,\vec{x}_0,\vec{y}_6,\vec{z}_6)$ repère lié au vérin 6 tel que : $\theta_6=(\vec{y}_1,\vec{y}_6)=(\vec{z}_1,\vec{z}_6)$.



$\overrightarrow{AB}=L_2\vec{y}_2$	$\overrightarrow{AG_2}=L_2/2.\vec{y}_2$	$\overrightarrow{AD}=a_2\vec{y}_2$	$\overrightarrow{BE}=-a_3\vec{z}_3$	$\overrightarrow{BC}=-L_3\vec{z}_3$	$\overrightarrow{BG_3}=-L_3/2.\vec{z}_3$
$\overrightarrow{CG_4}=-L_4\vec{y}_3$	$\overrightarrow{AF}=-h_5\vec{z}_0$	$\overrightarrow{AH}=-h_6\vec{z}_0$	$\overrightarrow{OA}=x.\vec{x}_0+d.\vec{y}_0$ (x : variable)	$\overrightarrow{FD}=\lambda_5\vec{y}_5$ (λ_5 : variable)	$\overrightarrow{HE}=\lambda_6\vec{y}_6$ (λ_6 : variable)

DOCUMENT-ANNEXE 3

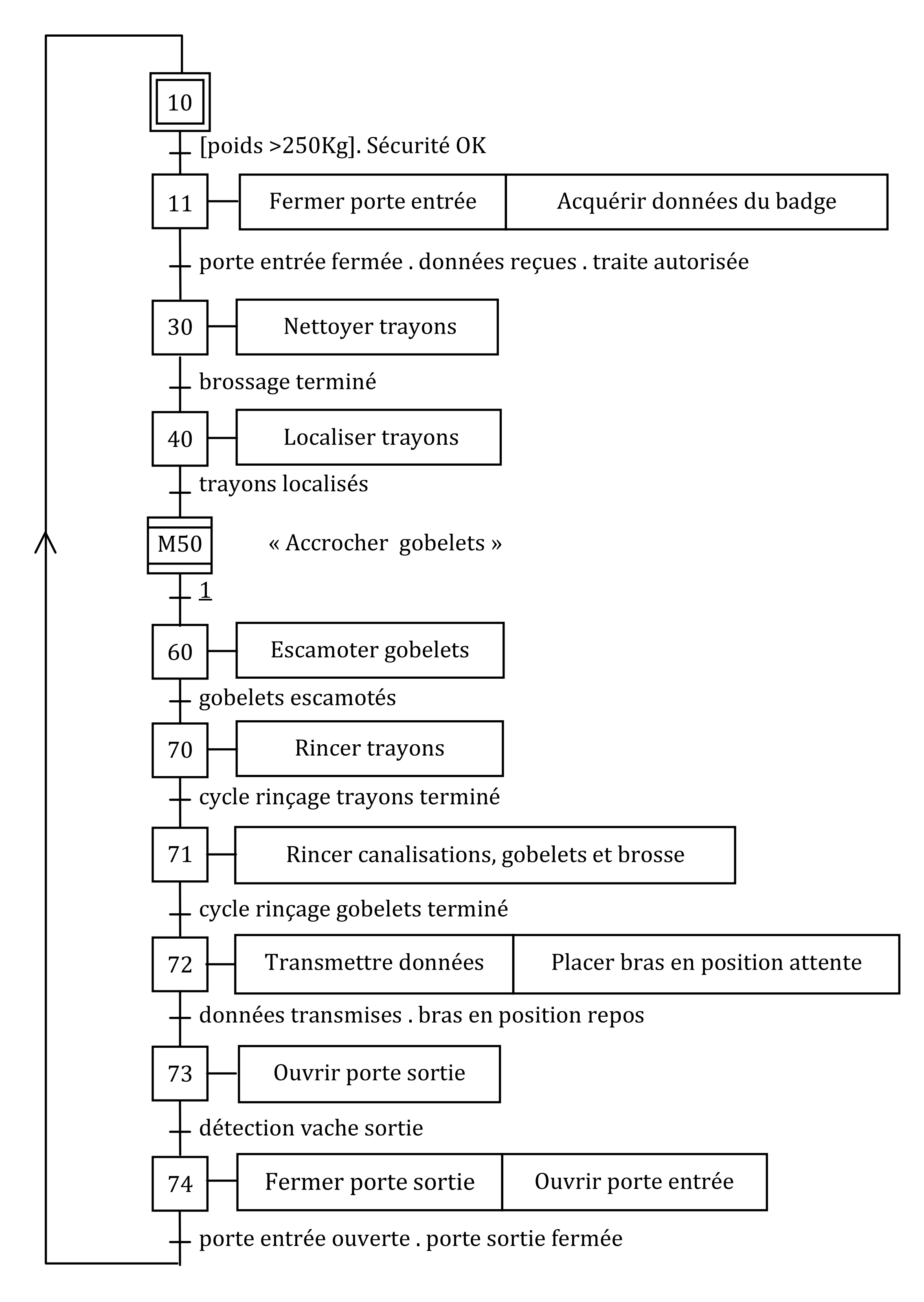


Figure A3 : Grafcet G_1 de gestion des tâches

DOCUMENT-REPONSE DR1

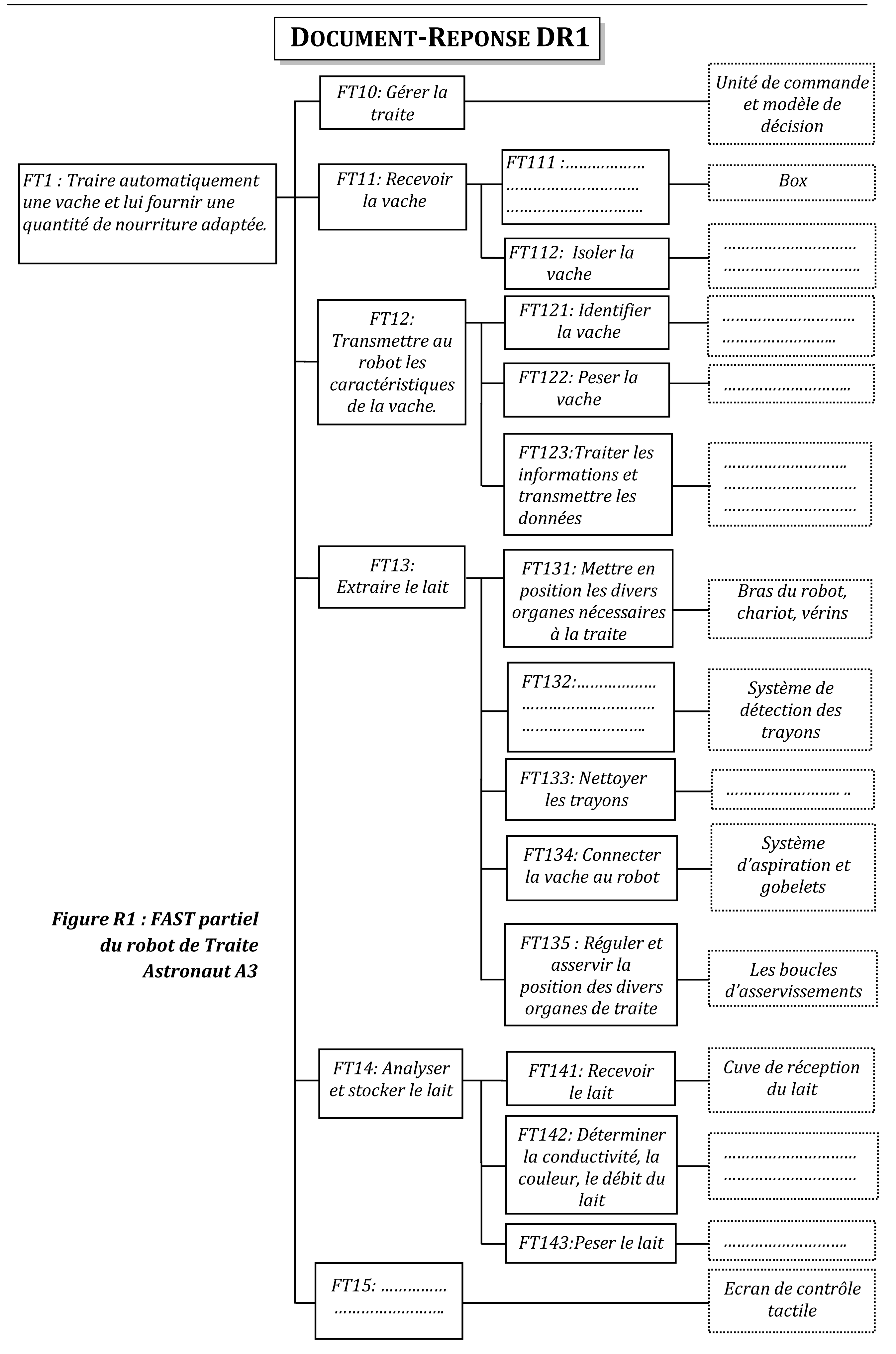


Figure R1 : FAST partiel du robot de Traite Astronaut A3

DOCUMENT-REPONSE DR2

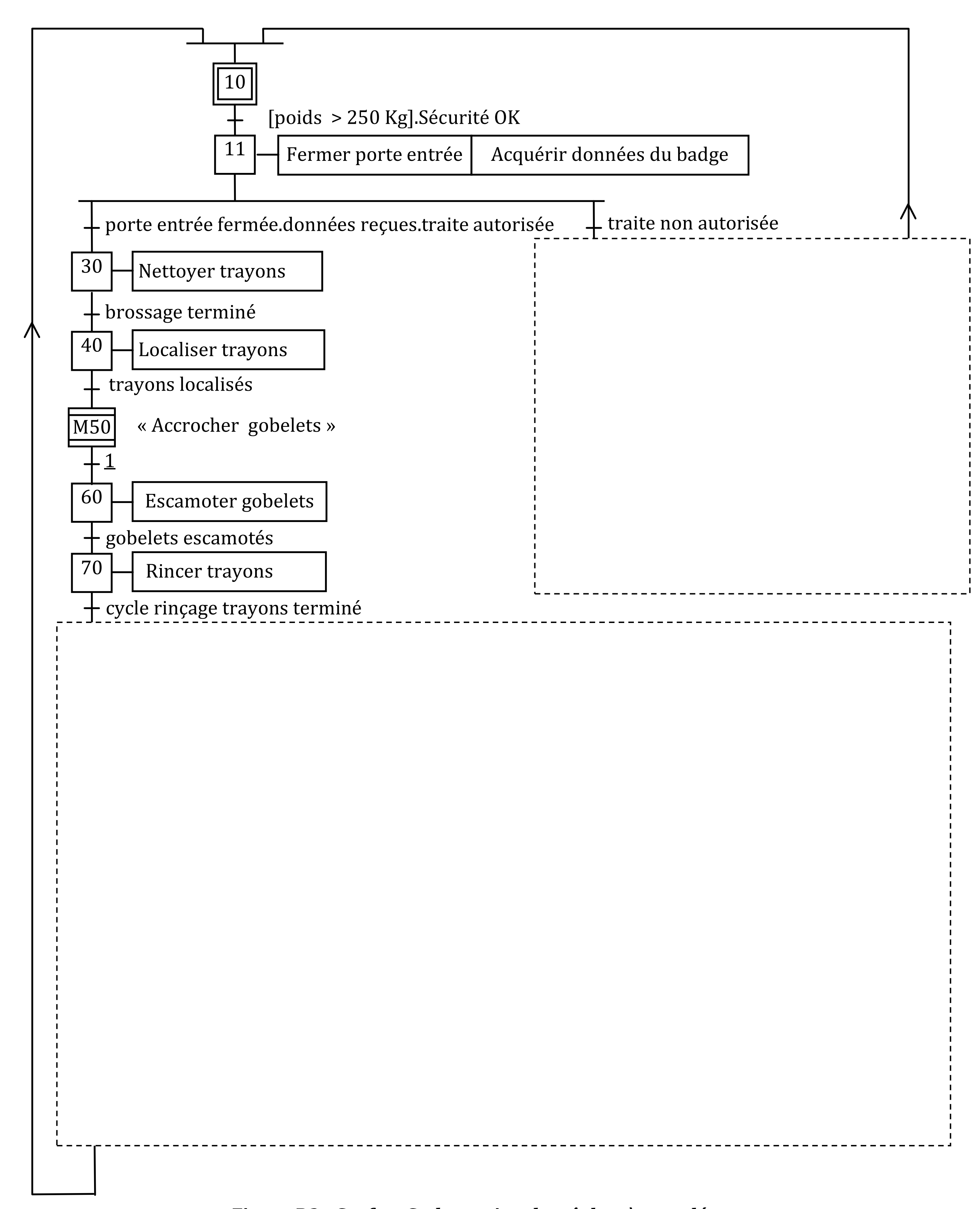


Figure R2 : Grafcet G_1 de gestion des tâches à compléter

DOCUMENT-REPONSE DR3

Echelle des vitesses : 0,1 m/s → 1,5 cm

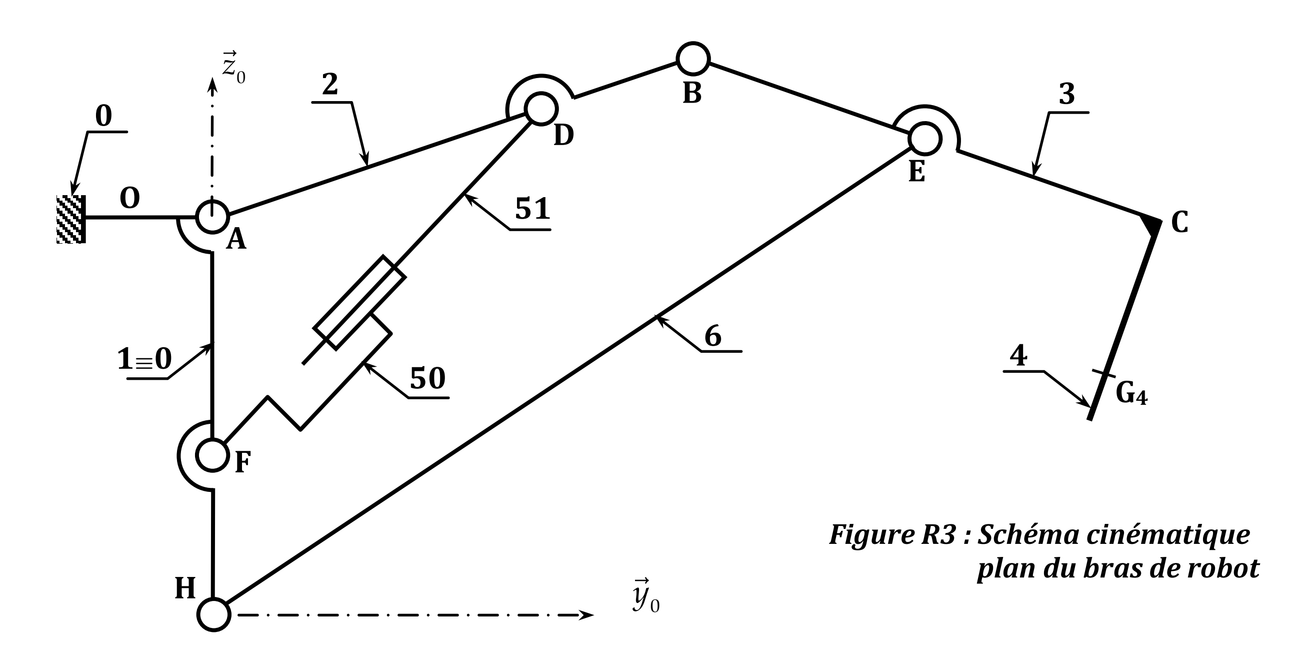


Figure R3 : Schéma cinématique plan du bras de robot

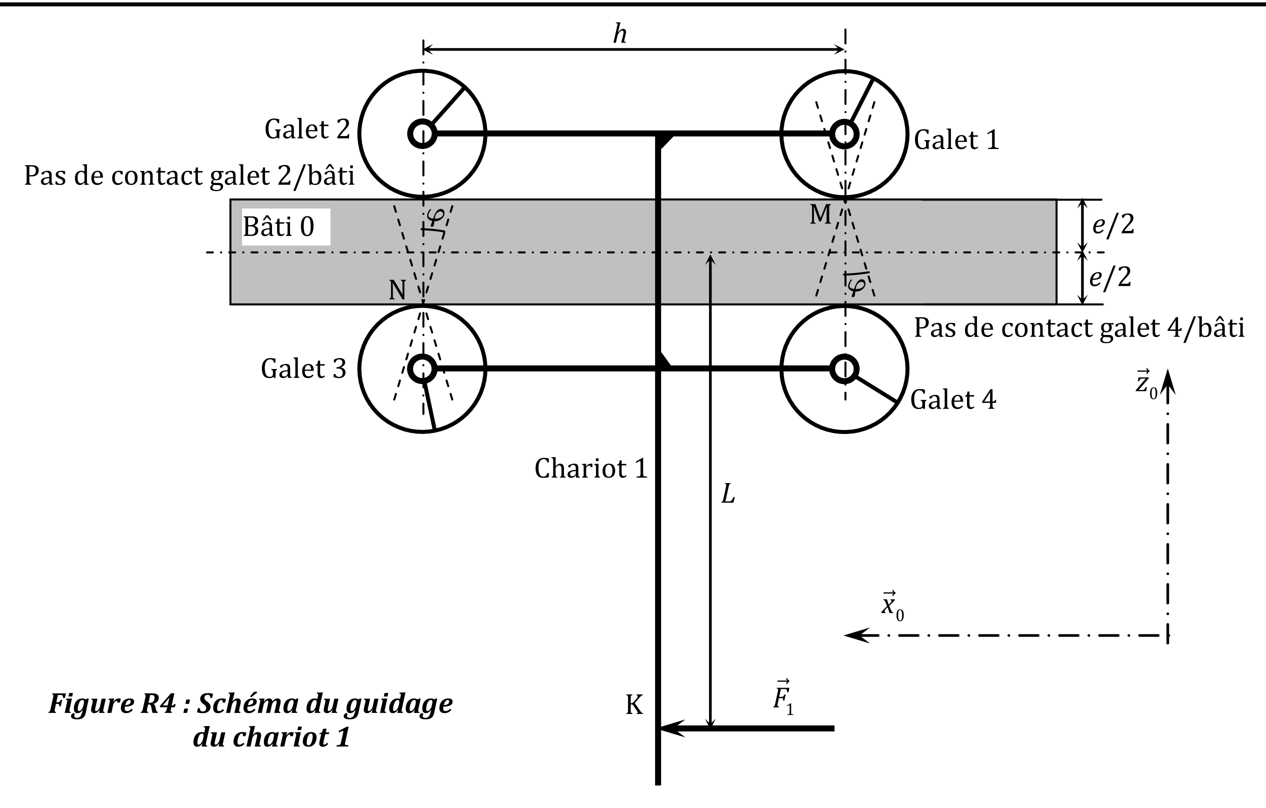


Figure R4 : Schéma du guidage du chariot 1

DOCUMENT-REPONSE DR4

Gain (dB)
40
20
0
-20
-40
-60
-80
-100
-120

Phase (deg)
-90
-135
-180
-225
-270

10^{-1} 10^{0} 10^{1} Pulsation (rad/s) 10^{2} 10^{3}

Figure R5 : Diagrammes de Bode de la boucle ouverte du système asservi non corrigé

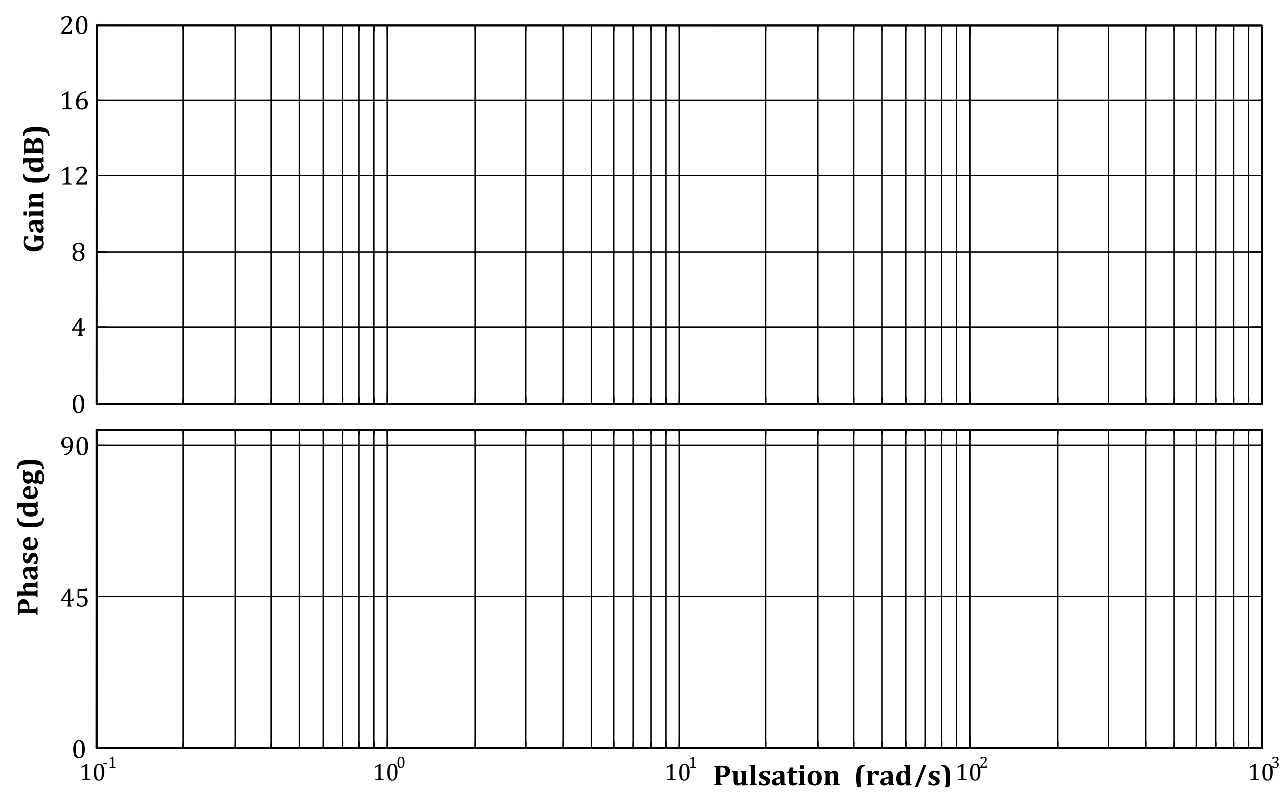


Figure R6 : Diagrammes de Bode du correcteur à actions proportionnelle et dérivée $C_2(p)$

DOCUMENT-REPONSE DR5

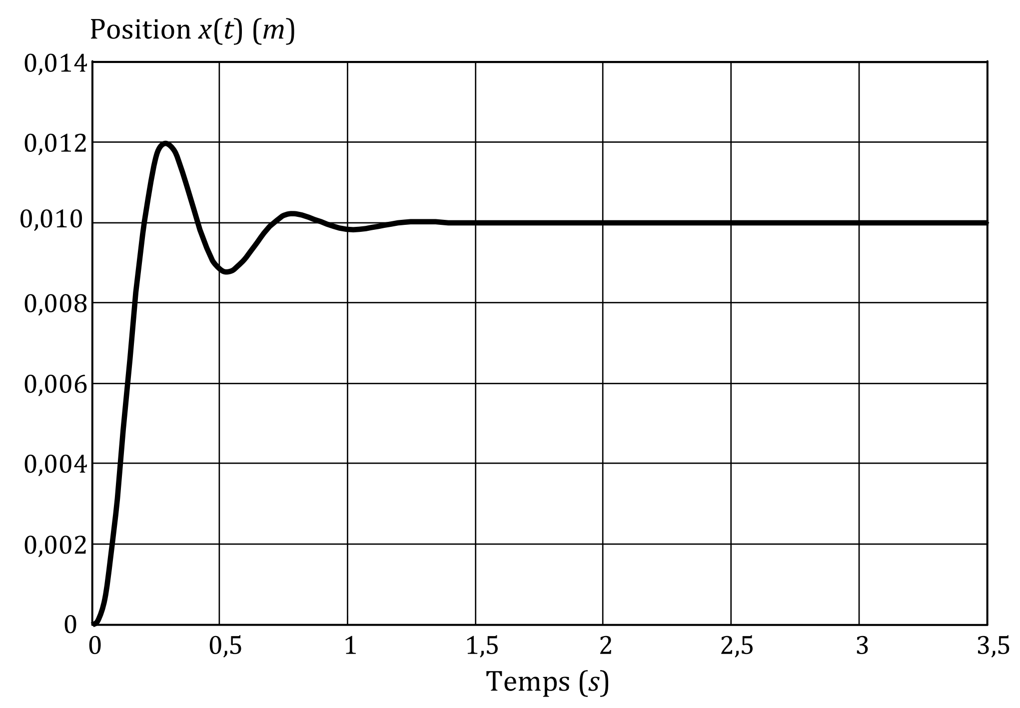


Figure R7 : Position du chariot 1 pour un échelon de position de 0,01 m avec le correcteur $C_2(p)$

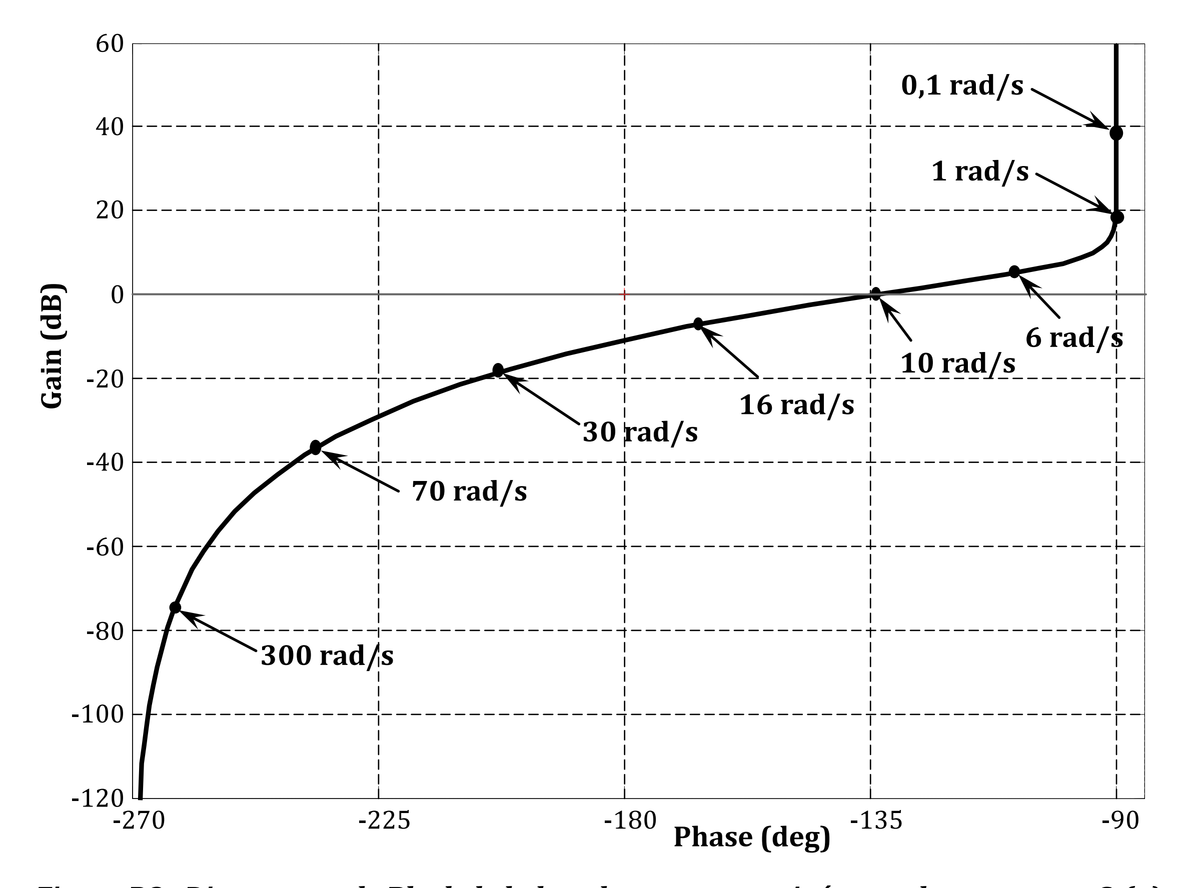


Figure R8 : Diagramme de Black de la boucle ouverte corrigée avec le correcteur $C_2(p)$